Decoupling Identification and Physical Parameter Estimation for Serial Two-Link Two-Inertia System

Junji Oaki Student Member (Keio University and Toshiba Corporation, junji.ooaki@toshiba.co.jp)
Shuichi Adachi Member (Keio University, adachi@appi.keio.ac.jp)

Keywords: multivariable identification, subspace identification method, SCARA-type robot, elastic joint, two-inertia resonant system, accelerometer

This paper proposes a multivariable identification method for a SCARA-type planar two-link robot arm with elastic joints caused by reduction gears, which is treated as a serial two-link two-inertia system. The planar two-link arm with elastic joints for the experimental verification is shown in Fig. 1. The arm is equipped with accelerometers that have the two roles described below.

The proposed method consists of three steps. The first step is the rigid model parameter estimation by the least-squares method. The second step is the elastic model identification using a multi-input multi-output state space model technique, which enables the nonlinear interaction torques between two links to be decoupled. The torques, calculated using the accelerometer signals and the rigid model parameters, are employed as inputs for decoupling in the multi-input identification. The angular velocities of the links, calculated using the accelerometer signals and the motor encoder signals, are employed as outputs for improving accuracy in the multi-output identification. The decoupling method divides the serial two-link two-inertia system into two one-link two-inertia systems in this step. The third step is the physical parameter estimation of the one-link two-inertia systems. The physical parameters consist of motor inertias, link inertias, joint-friction coefficients and joint-spring coefficients. Furthermore fine tuning of the estimated physical parameters is carried out using closed-loop simulations with the nonlinear least-squares optimization.

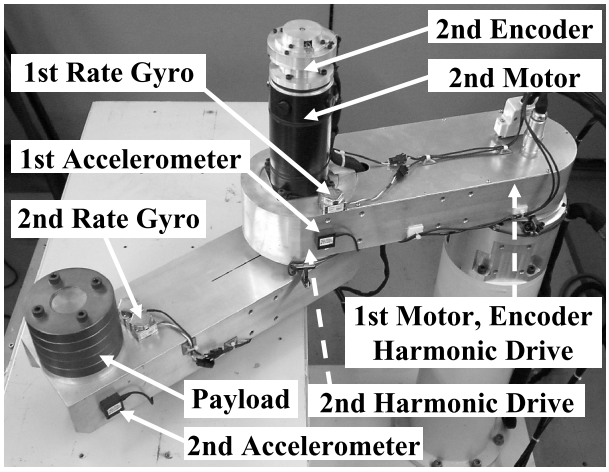


Fig. 1. Planar two-link arm with elastic joints

In Fig. 2, the solid lines identified by the proposed method, using the calculated torques and motor inputs, show the typical characteristics of the one-link two-inertia systems. The dashed lines identified by the method that utilizes only motor inputs cannot express the characteristics because of the interaction torques. These phenomena are remarkable at the second link.

Figure 3 shows the optimization-based fine tuning of the estimated physical parameters using the first-link angular velocity step responses of the real arm and simulation. More accurate parameters have been obtained.

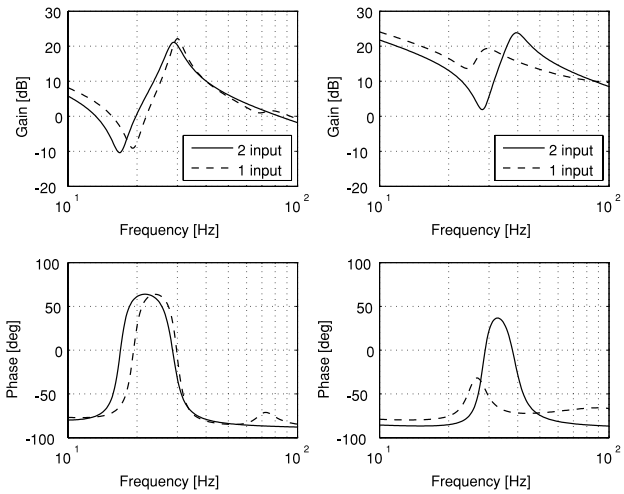


Fig. 2. Effective examples for decoupling identification (Motor input to motor angular velocity). Left: 1st link. Right: 2nd link

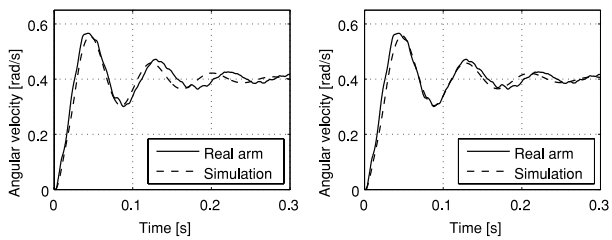


Fig. 3. Optimization-based fine tuning of estimated physical parameters using 1st link angular velocity step responses. Left: Before optimization. Right: After optimization

論　文

シリアル2リンク2慣性系の非干渉化同定と物理パラメータ推定

学生員　大明　準治*,**　正　員　足立　修一*

Decoupling Identification and Physical Parameter Estimation for Serial Two-Link Two-Inertia System

Junji Oaki*,**, Student Member, Shuichi Adachi*, Member

This paper proposes a multivariable identification method for a SCARA-type planar two-link robot arm with elastic joints caused by reduction gears, which is treated as a serial two-link two-inertia system. The arm for the experimental verification is equipped with accelerometers that have the two roles described below. The proposed method consists of three steps. The first step is the rigid model parameter estimation by the least-squares method. The second step is the elastic model identification using a multi-input multi-output state space model technique, which enables the nonlinear interaction torques between two links to be decoupled. The torques, calculated using the accelerometer signals and the rigid model parameters, are employed as inputs for decoupling in the multi-input identification. The angular velocities of the links, calculated using the accelerometer signals and the motor encoder signals, are employed as outputs for improving accuracy in the multi-output identification. The decoupling method divides the serial two-link two-inertia system into two one-link two-inertia systems in this step. The third step is the physical parameter estimation of the one-link two-inertia systems. The physical parameters consist of motor inertias, link inertias, joint-friction coefficients and joint-spring coefficients. Furthermore fine tuning of the estimated physical parameters is carried out using closed-loop simulations with the nonlinear least-squares optimization. Experimental results using the two-link arm have shown the accuracy of the proposed identification method.

キーワード：多変数同定，部分空間同定法，スカラ型ロボット，弾性関節，2 慣性共振系，加速度センサ
Keywords: multivariable identification, subspace identification method, SCARA-type robot, elastic joint, two-inertia resonant system, accelerometer

1. はじめに

マテリアルハンドリングや精密組立などで多用される産業用 SCARA（スカラ）型ロボットは，近年ますます高加減速・高速化され，水平旋回する第 1，2 軸の減速機の弾性に起因した振動を抑制しながら高精度に動作することが要求されている。従来のモーションコントロールにおける振動抑制は，2（多）慣性系の制御問題として扱われており，その基本的な考え方は 1 入出力系＋外乱抑制制御にある。そのため，スカラ型ロボットのようにシリアルに 2 慣性系が連なった非線形の多入出力連成振動系には必ずしも効果的な制御方法とは言えなかった。

このような弾性関節を持つロボットに対して効果的な例として，西田ら [1] や小坂ら [2] による，多入出力状態空間表現での外乱オブザーバを用いた巧妙な制御方法が挙げられる。また，ロボットのダイナミクスを遅い剛体モードと速い振動モードに分けて考える特異摂動法に基づく制御方法 [3] も提案されている。これらのアプローチは非線形の多入出力連成振動系であるスカラ型ロボットに適用でき魅力的ではあるが，制御系の実装は複雑であり，関節弾性まで考慮に入れた動力学モデルが必要である。各々の方法で要求される程度の差はあるが，動力学モデルに現れる物理パラメータの値を精度良く推定する方法の開発が望まれる。

多入出力制御系設計という観点からは，伝達関数や状態空間モデルが同定出来れば良く，物理パラメータ推定まで必要とは限らない。しかし物理パラメータの値は，動力学モデルベースのシミュレータの構築に必須であり，前述のような非線形制御系の他，物理パラメータの変動範囲を考慮したタイトなロバスト制御系やゲインスケジューリング制御系の設計でも重要な役割を果たす。また，物理パラメータ

* 慶應義塾大学 理工学部 物理情報工学科
〒223-8522　横浜市港北区日吉 3-14-1
Department of Applied Physics and Physico-Informatics Faculty of Science and Technology, Keio University
3-14-1, Hiyoshi, Kohoku-ku, Yokohama 223-8522
** （株）東芝 研究開発センター
〒212-8582　川崎市幸区小向東芝町 1
Corporate R & D Center, Toshiba Corporation
1, Komukai-Toshiba-cho, Saiwai-ku, Kawasaki 212-8582

© 2008 The Institute of Electrical Engineers of Japan.

の経年変化を監視することでロボットの品質保証もできる。

ここでいう物理パラメータとは，各軸の慣性やバネ係数，摩擦係数を指している。慣性については，昨今の 3 次元 CAD によれば，かなり正確な値が計算可能である。しかし，そのような詳細なデータが入手できるとは限らないので，組立後に動作させて得た時系列データから推定する必要がある。バネ係数については，減速機メーカーから提供されるカタログ[4] 中のデータが参考にはなるが，ベアリング等の特性も含まれてくるため，組立後の時系列データから推定すべきものである。摩擦係数については，当然のことながら，組立後の時系列データからしか推定できない。

さて，時系列データからの 1 入出力 2 慣性系の物理パラメータ推定については，例えば，粟屋ら[5] の方法が使える。しかし，スカラ型ロボットのようなシリアル 2 リンク 2 慣性系では，連成振動の影響が出るため誤差を生じる[6]。

時系列データから多リンク剛体関節モデルの物理パラメータの値を推定する方法[7] については従来からさまざま研究されてきたが，周波数応答を見ながらの手作業[2] なしに弾性関節モデルまで拡張したものはほとんど見あたらない。

本稿では，前述のようなシリアル 2 リンク 2 慣性系に対して，部分空間法に基づく多入出力状態空間モデル同定法を応用した第 1，2 リンクの非干渉化同定法と，各リンクの慣性やバネ係数，摩擦係数といった物理パラメータの値を推定する方法を提案する。本同定法は，各リンク上に搭載した加速度センサ信号を同定出力だけでなく，同定入力にも利用することに特徴がある。そして，多入力による同定時のリンク間非干渉化達成と，多出力による同定精度向上をねらっている。この非干渉化によって，2 つの 1 リンク 2 慣性系の同定問題に帰着させているのがポイントである。そして，同定された 1 リンク 2 慣性系の式から物理パラメータの値を推定する。さらに，閉ループシミュレーションベースの非線形最適化手法に基づいて物理パラメータ推定のファインチューニングも試みた。バネ係数や摩擦係数は，厳密には非線形特性を持つが，本稿は，実機の波形に出来るだけ良く合い，かつ，制御系設計に使いやすいモデルを得るために，これらを定数として推定する立場をとる。

以下の章では，本稿で対象とするシステムと提案する方法を述べた後，水平旋回型 2 リンクアームの実機で有効性を検証した結果を示す。

2. 対象とするシステム

本稿で制御対象とするのは，Fig. 1 に示すような水平旋回型の 2 リンクアーム（各リンクの長さ 0.325 m）である。各軸を駆動する DC モータ（第 1 軸 500 W，第 2 軸 300 W）は各リンク上に配置され，バネ要素として振る舞うハーモニックドライブ® 減速機（減速比 1/50）が直結されている。これは，スカラ型ロボットの第 1，2 軸を模擬しており，1 リンク 2 慣性系が直列に 2 つ配置されているので，本稿ではシリアル 2 リンク 2 慣性系と呼ぶ。第 1，2 軸の駆動系は全く同じ構造をしているが，第 2 軸は並進運動もするので，回転運動だけの第 1 軸とは異なる複雑な連成振動特性を示すのが特徴である。ハーモニックドライブ® については入力軸周波数の 2 倍で脈動し，これが，2 慣性系の固有周波数を励起すると激しい振動を起こすことが知られている[8]，しかし，脈動自体は制御できないため，本稿では，固有周波数におけるゲインを抑制制御するためのモデルに必要な慣性やバネ係数，摩擦係数などの物理パラメータ推定を取り扱う。

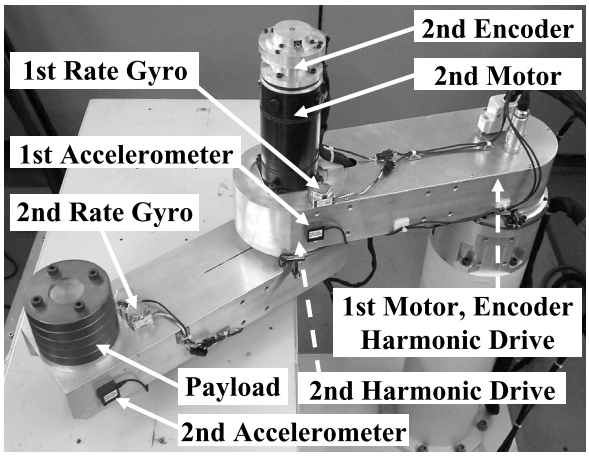


Fig. 1. Planar two-link arm with elastic joints

第 2 リンク先端には 1 枚 1 kg の円盤を 5 枚取り付けてあり，5~0 kg の範囲で手先負荷を変化できる。各モータには，モータ回転角度計測用エンコーダ（8192 pulse）が内蔵され，各リンク上には，並進加速度計測用加速度センサ（帯域 300 Hz）が搭載されている。この並進加速度の座標変換によってリンク毎の回転角加速度を得ると共に，後述するエンコーダ差分信号との融合演算によって，リンク毎の回転角速度を得る。リンク上には，角速度計測用レートジャイロ（帯域 5 Hz）も搭載されているが，今回は並進加速度信号から計算した角速度の精度確認だけに用いている。

以上で得た角加速度信号は多入力による非干渉化同定達成のために，角速度信号については多出力による同定精度向上のために利用される。なお，アーム制御や同定用データ収集には，リアルタイム LinuxPC を用いている。

3. シリアル 2 リンク 2 慣性系の動力学モデル

シリアル 2 リンク 2 慣性系の動力学モデル[1][2] は，次のようなモータ側とリンク側の 2 組の式で与えられる。

$$\begin{aligned}&\boldsymbol{M}_M\ddot{\boldsymbol{\theta}}_M + \boldsymbol{D}_M\dot{\boldsymbol{\theta}}_M + \boldsymbol{f}_M\mathrm{sgn}(\dot{\boldsymbol{\theta}}_M)\\&= \boldsymbol{Eu} - \boldsymbol{N}_G[\boldsymbol{K}_G(\boldsymbol{N}_G\boldsymbol{\theta}_M - \boldsymbol{\theta}_L) + \boldsymbol{D}_G(\boldsymbol{N}_G\dot{\boldsymbol{\theta}}_M - \dot{\boldsymbol{\theta}}_L)]\end{aligned} \quad \cdots\cdots(1)$$

$$\begin{aligned}&\boldsymbol{M}_L(\boldsymbol{\theta}_L)\ddot{\boldsymbol{\theta}}_L + \boldsymbol{c}_L(\dot{\boldsymbol{\theta}}_L, \boldsymbol{\theta}_L) + \boldsymbol{D}_L\dot{\boldsymbol{\theta}}_L\\&= \boldsymbol{K}_G(\boldsymbol{N}_G\boldsymbol{\theta}_M - \boldsymbol{\theta}_L) + \boldsymbol{D}_G(\boldsymbol{N}_G\dot{\boldsymbol{\theta}}_M - \dot{\boldsymbol{\theta}}_L)\end{aligned} \quad \cdots\cdots(2)$$

ただし，

$\boldsymbol{\theta}_M = [\theta_{M1},\ \theta_{M2}]^T$：モータ回転角度（1，2 は軸番号）
$\boldsymbol{\theta}_L = [\theta_{L1},\ \theta_{L2}]^T$：リンク回転角度
$\boldsymbol{M}_L(\boldsymbol{\theta}_L) \in R^{2\times 2}$：リンク慣性行列
$\boldsymbol{c}_L(\dot{\boldsymbol{\theta}}_L, \boldsymbol{\theta}_L) \in R^{2\times 1}$：遠心力・コリオリ力ベクトル
$\boldsymbol{M}_M = \mathrm{diag}(m_{M1},\ m_{M2})$：モータ＋減速機高速段慣性
$\boldsymbol{D}_M = \mathrm{diag}(d_{M1},\ d_{M2})$：モータ軸粘性摩擦係数
$\boldsymbol{D}_L = \mathrm{diag}(d_{L1},\ d_{L2})$：リンク軸粘性摩擦係数
$\boldsymbol{K}_G = \mathrm{diag}(k_{G1},\ k_{G2})$：減速機バネ係数
$\boldsymbol{D}_G = \mathrm{diag}(d_{G1},\ d_{G2})$：減速機減衰係数
$\boldsymbol{N}_G = \mathrm{diag}(n_{G1},\ n_{G2})$：減速比（$n_{G1}$，$n_{G2} \leq 1$）
$\boldsymbol{f}_M = [f_{M1},\ f_{M2}]^T$：モータ軸クーロン動摩擦トルク
$\boldsymbol{E} = \mathrm{diag}(e_1,\ e_2)$：トルク/電圧（電流指令値）定数
$\boldsymbol{u} = [u_1,\ u_2]^T$：入力電圧（モータ電流制御系への指令値）

ここで，α，β，γ をリンクの長さや重心位置，質量，慣性より構成される基底パラメータ[7] とすると，リンク慣性行列は次式のように表される。

$$\boldsymbol{M}_L(\boldsymbol{\theta}_L) = \begin{bmatrix} \alpha+\beta+2\gamma\cos(\theta_{L2}) & \beta+\gamma\cos(\theta_{L2}) \\ \beta+\gamma\cos(\theta_{L2}) & \beta \end{bmatrix} \cdots\cdots (3)$$

ここで，(1, 1) 要素の最大値として $m_{L1} \equiv \alpha+\beta+2\gamma$，(2, 2) 要素については一定値 $m_{L2} \equiv \beta$ としておく。

また，遠心力・コリオリ力ベクトルは次式のようになる。

$$\boldsymbol{c}_L(\dot{\boldsymbol{\theta}}_L, \boldsymbol{\theta}_L) = \begin{bmatrix} -\gamma(2\dot{\theta}_{L1}\dot{\theta}_{L2} + \dot{\theta}_{L2}^2)\sin(\theta_{L2}) \\ \gamma\dot{\theta}_{L1}^2\sin(\theta_{L2}) \end{bmatrix} \cdots\cdots (4)$$

なお，各軸のねじれは微小なので，$\cos(\theta_{L2})$ や $\sin(\theta_{L2})$ では，$\theta_{L2} = n_{G2}\theta_{M2}$ と置き換えて計算できる。

さて，(1), (2) 式に現れる物理パラメータの値を推定するのが本稿の目的だが，提案する方法では，あらかじめ β, γ を同定しておく必要がある。そのために，(1), (2) 式で $\boldsymbol{\theta}_M = \boldsymbol{N}_G\boldsymbol{\theta}_L$ と置いた剛体関節モデル

$$\boldsymbol{M}(\boldsymbol{\theta}_L)\ddot{\boldsymbol{\theta}}_L + \boldsymbol{c}_L(\dot{\boldsymbol{\theta}}_L, \boldsymbol{\theta}_L) + \boldsymbol{D}\dot{\boldsymbol{\theta}}_L + \boldsymbol{f}_M\,\mathrm{sgn}(\dot{\boldsymbol{\theta}}_M)/\boldsymbol{N}_G = \boldsymbol{E}\boldsymbol{u}/\boldsymbol{N}_G \cdots\cdots (5)$$

における物理パラメータ推定[7] を経由する必要がある。ここで，$\boldsymbol{M}(\boldsymbol{\theta}_L)$，$\boldsymbol{D}$ は，次式で表される剛体関節モデルとしての慣性行列と粘性摩擦係数行列である。

$$\boldsymbol{M}(\boldsymbol{\theta}_L) = \begin{bmatrix} \alpha+\beta+2\gamma\cos(\theta_{L2}) + m_{M1}/n_{G1}^2 & \beta+\gamma\cos(\theta_{L2}) \\ \beta+\gamma\cos(\theta_{L2}) & \beta+m_{M2}/n_{G2}^2 \end{bmatrix} \cdots\cdots (6)$$

$$\boldsymbol{D} = \mathrm{diag}(d_{L1}+d_{M1}/n_{G1}^2,\ d_{L2}+d_{M2}/n_{G2}^2) \cdots\cdots (7)$$

なお，以上では小坂ら[2] によって指摘されている第 2 軸のモータロータの並進運動成分については，影響は小さいと見なし含めなかった。

4. リンク状態変数計測のための信号処理

第 1，2 リンク上の加速度センサ信号を a_1，a_2 とし，各軸からの加速度センサの取付距離を l_{a1}，l_{a2} とすると，各リンクの角加速度は並進から回転への座標変換式

$$\ddot{\theta}_{L1} = \frac{a_1}{l_{a1}} \cdots\cdots (8)$$

$$\ddot{\theta}_{L2} = \frac{a_2}{l_{a2}} - \frac{a_1}{l_{a1}} - \frac{a_1}{l_{a2}}\cos(n_{G2}\theta_{M2}) - \frac{l_{a1}}{l_{a2}}\dot{\theta}_{L1}^2\sin(n_{G2}\theta_{M2}) \cdots\cdots (9)$$

から計算できる[9]。

次に，ドリフトなく各リンクの角速度を求めるために，ローパスフィルタ $G_L(s)$ に通したモータ角速度（エンコーダ差分）とハイパスフィルタ $G_H(s) = 1 - G_L(s)$ に通したリンク角加速度の積分とを融合する。簡単のためフィルタの次数は 1 次とし，カットオフ時定数を T_V とすると，

$$\dot{\theta}_{Li} = \frac{1}{1+T_V s}(\dot{\theta}_{Mi} + T_V\ddot{\theta}_{Li}) \quad (i = 1, 2) \cdots\cdots (10)$$

よりリンク角速度を計算できる。極低周波帯域ではモータ角速度でリンク角速度を近似できるので，カットオフ時定数を十分大きくとっておけば問題ない。

5. シリアル 2 リンク 2 慣性系の非干渉化同定

〈5·1〉 同 定 法　提案する同定法は，剛体関節モデルの物理パラメータの推定，1 リンク毎の多入出力状態空間モデルの同定，1 入出力伝達関数を経由した弾性関節モデルの物理パラメータの推定の 3 ステップからなる（Fig. 2）。

〈5·1·1〉 剛体関節モデルの物理パラメータ推定　(5) 式に現れる剛体関節モデルの物理パラメータは線形に括り出せて，各リンクに適当な動作をさせたときの時系列データに最小 2 乗法を適用することによって推定することができる[7]。この推定値 $\hat{\beta}$，$\hat{\gamma}$，$\hat{\boldsymbol{M}}$，$\hat{\boldsymbol{D}}$，$\hat{\boldsymbol{f}}_M$ のうちの $\hat{\beta}$，$\hat{\gamma}$ と，前章で示した加速度センサ信号から得たリンク角加速度・角速度を用いて非線形のリンク間干渉力を計算できることが，本稿で提案する非干渉化同定法のポイントとなる。また，ここで推定されたクーロン動摩擦トルクも非干渉化同定法の同定入力から差し引くことで，その影響を排除する。

〈5·1·2〉 1 リンク毎の多入出力状態空間モデル同定

(1), (2) 式において線形と見なせる範囲でアームを動作させたときの入力と各軸エンコーダ出力などの時系列データから，多入出力状態空間モデルを同定することは原理的には可能である。第 1，2 軸それぞれについて，〈5·2·2〉節で述べる 1 入力 4 出力同定を行う方法である。しかし，このモデルは 1 入力多慣性系になり，係数には各軸のバネ係数などが積の形で入り込んでいる。弾性関節モデルの物理パラメータのレベルまで推定する手法としては実用的ではない。

そこで本稿では，リンク角加速度・角速度を用いて計算

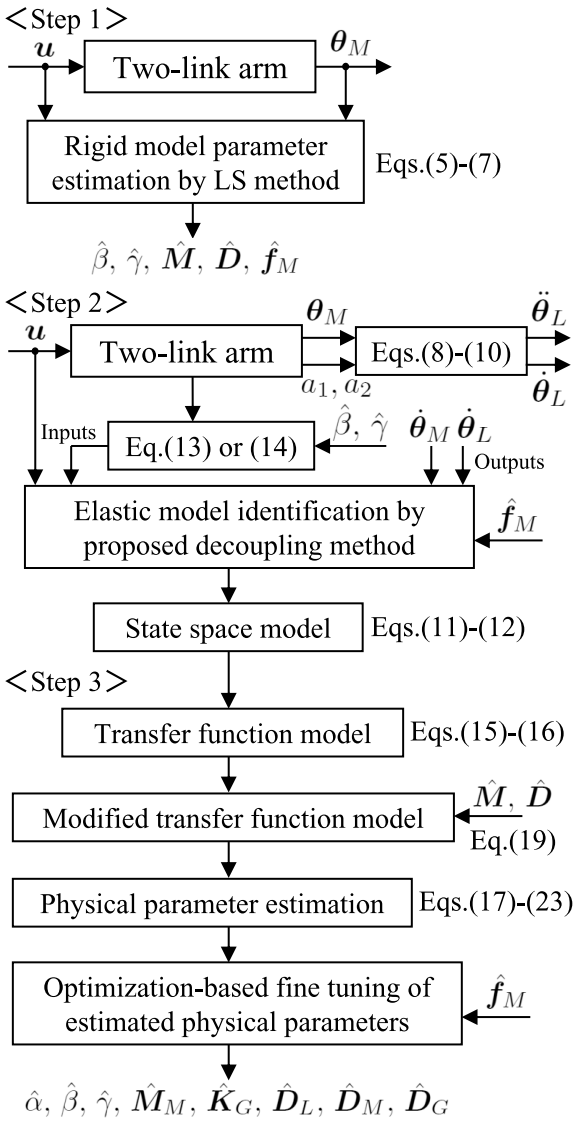


Fig. 2. Proposed identification method

可能な非線形干渉力を同定用の入力に取り込み，リンク間を非干渉化して，1 リンク毎の状態空間モデルの同定に帰着させる方法を提案する。まず，(1)，(2) 式の各 1 行目の第 1 軸の入出力に着目する。計算可能な非線形干渉力を τ_1 とおいて入力として括り出すことによって，

$$\dot{\boldsymbol{x}}_1 = \boldsymbol{A}_1\boldsymbol{x}_1 + \boldsymbol{B}_1\begin{bmatrix} u_1 \\ \tau_1 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{A}_1 \in R^{4\times4}, \quad \boldsymbol{B}_1 \in R^{4\times2} \quad \cdots\cdots (11)$$

$$\boldsymbol{y}_1 = \boldsymbol{C}_1\boldsymbol{x}_1, \quad \boldsymbol{C}_1 \in R^{2\times4} \cdots\cdots (12)$$

$$\boldsymbol{x}_1 \equiv [\theta_{M1}\ \theta_{L1}\ \dot{\theta}_{M1}\ \dot{\theta}_{L1}]^T$$

$$\boldsymbol{y}_1 \equiv [\dot{\theta}_{M1}\ \dot{\theta}_{L1}]^T$$

$$\tau_1 = -(\hat{\beta} + \hat{\gamma}\cos(\theta_{L2}))\ddot{\theta}_{L2} + \hat{\gamma}(2\dot{\theta}_{L1}\dot{\theta}_{L2} + \dot{\theta}_{L2}^2)\sin(\theta_{L2}) \cdots\cdots (13)$$

の 2 入力 2 出力 4 状態変数の線形状態方程式を導ける（行列の要素は付録参照）。この式は，2 入力 2 出力の部分空間法で同定できる。ただし，第 1 軸の同定動作時に干渉力を受けて励起される第 2 軸の動作範囲では，(3) の式 (1, 1) 要素は一定と見なせると仮定した。実際の同定入力 u_1 の振幅は，(1, 1) 要素中の cos が 1 に近い値を推移する範囲で出来るだけ大きく設定する。また，前述のように，クーロン動摩擦トルク成分については同定入力から差し引く。さて，可同定条件を満たすには，M 系列などで任意に設定できる同定入力 u_1 だけでなく，動力学モデルで励起される τ_1 も十分な周波数成分を持つ必要がある。後述する実験ではこの条件の確認を行っている。また，角速度→角度の構造的な積分器を除いて同定するために (12) 式の速度出力をとっており，後述するように伝達関数としては 3 次になる。

第 2 軸についても同様で，(1)，(2) 式の各 2 行目の入出力に着目すると，(11)，(12) 式において添え字を 2 とした式が成り立つ。第 1 軸からの計算可能な非線形干渉力は，

$$\tau_2 = -(\hat{\beta} + \hat{\gamma}\cos(\theta_{L2}))\ddot{\theta}_{L1} - \hat{\gamma}\dot{\theta}_{L1}^2\sin(\theta_{L2}) \cdots\cdots (14)$$

で表される同定入力 τ_2 として取り込むことになる。

なお，第 2 軸については (3) 式の (2, 2) 要素は一定値であり，第 1 軸同定時の「(1, 1) 要素は一定」のような仮定は不要である。

〈5･1･3〉 弾性関節モデルの物理パラメータ推定 前述した部分空間法で同定された 2 入力 2 出力の状態方程式モデルと，(11)，(12) 式の行列の要素（付録参照）を係数比較することによって物理パラメータを推定することができる。しかし，同定された状態方程式モデルが (11)，(12) 式のような正準系で実現できるとは限らないので，入出力関係だけに着目し，伝達関数モデルに変換してから係数比較を行う。(11)，(12) 式から，第 1 リンクについて，

$$\dot{\theta}_{M1}(s) = G_{11}(s)\cdot u_1 + G_{12}(s)\cdot\tau_1 \cdots\cdots (15)$$

$$\dot{\theta}_{L1}(s) = G_{21}(s)\cdot u_1 + G_{22}(s)\cdot\tau_1 \cdots\cdots (16)$$

の関係が導ける。ここで，$G_{11}(s)$ は非干渉化された第 1 リンクのモータ入力からモータ角速度までの 1 リンク 2 慣性系の伝達関数（2/3 次）であり，$G_{21}(s)$ はリンク角速度までの伝達関数（1/3 次）である。これらの伝達関数への物理パラメータの入り方は次の通りである[10]。

$$G_{11}(s) = \frac{b_0 + b_1 s + b_2 s^2}{a_0 + a_1 s + a_2 s^2 + a_3 s^3} \cdots\cdots (17)$$

$$G_{21}(s) = \frac{n_{G1}(b_0 + b_1' s)}{a_0 + a_1 s + a_2 s^2 + a_3 s^3} \cdots\cdots (18)$$

ただし，

$$a_0 = d_{M1} + n_{G1}^2 d_{L1}$$

$$a_1 = m_{M1} + n_{G1}^2 m_{L1} + (n_{G1}^2 d_{G1} d_{L1} + d_{M1} d_{L1} + d_{M1} d_{G1})/k_{G1}$$

$$a_2 = (m_{M1} d_{L1} + m_{M1} d_{G1} + m_{L1} d_{M1} + n_{G1}^2 m_{L1} d_{G1})/k_{G1}$$

$$a_3 = m_{M1} m_{L1}/k_{G1}$$

$$b_0 = 1,\ b_1 = (d_{L1} + d_{G1})/k_{G1},\ b_2 = m_{L1}/k_{G1}$$

$$b_1' = d_{G1}/k_{G1}$$

$k_{G1} \to \infty$ のとき，これらの伝達関数は 1 次遅れ（剛体関節モデル）になる。同定された (17)，(18) 式の各係数に関する式は 7 個，未知パラメータの数は 6 個であるので，非負の拘束条件を加えた最小 2 乗法によって弾性関節モデルの物理パラメータを推定することができる。

以上では，同定のサンプリング周期の選択[11] が機械共振の存在する周波数領域には適切であっても，それと数デカード離れた低周波領域（剛体モード）には適切ではないことが多い[12]。そこで，低周波領域での同定精度を補正することを考え，(17) 式の分母を

$$G_{11}(s) = \frac{b_0 + b_1 s + b_2 s^2}{(c_0 + c_1 s)(d_0 + d_1 s + d_2 s^2)} \cdots\cdots\cdots\cdots (19)$$

ただし，

$$c_0 = d_{M1} + n_{G1}^2 d_{L1}, \quad c_1 = m_{M1} + n_{G1}^2 m_{L1}, \quad d_0 = 1$$

のように変形して括りだした 1 次遅れ分を，前述の剛体パラメータの推定結果から導いた $1/(c_0 + c_1 s)$ で置き換えることで実現する。この近似では，分母の 1 次の係数のみ誤差が生じるが，剛体モードと共振モードの周波数が十分離れていれば実用上問題ないことがわかっている[5]。

なお，機械共振の減衰係数が小さいことを利用して，まず 2 つの慣性とバネ係数，次に 3 つの摩擦係数，というように見通しの良い 2 段階法で解くこともできる。以下に結果だけ示す[5]。慣性比を $\mu_1 = n_{G1}^2 m_{L1}/m_{M1}$，共振角周波数を ω_P，反共振角周波数を ω_Z とすると，

$$\mu_1 = (\omega_P/\omega_Z)^2 - 1 \cdots\cdots\cdots\cdots (20)$$

$$m_{M1} = c_1/(1+\mu) \cdots\cdots\cdots\cdots (21)$$

$$m_{L1} = (c_1 - m_{M1})/n_{G1}^2 \cdots\cdots\cdots\cdots (22)$$

$$k_{G1} = \omega_Z^2 m_{L1} \cdots\cdots\cdots\cdots (23)$$

のように 2 つの慣性とバネ係数が求まるので，(17)，(18) 式に代入すれば，3 つの摩擦係数 d_{M1}，d_{L1}，d_{G1} も求めることができる。ここでは，第 1 リンクの物理パラメータ推定について述べたが，第 2 リンクについても同様である。

以上の手順で求めた物理パラメータの推定値

$$\hat{\alpha},\ \hat{\beta},\ \hat{\gamma},\ \hat{\boldsymbol{M}}_M,\ \hat{\boldsymbol{K}}_G,\ \hat{\boldsymbol{D}}_L,\ \hat{\boldsymbol{D}}_M,\ \hat{\boldsymbol{D}}_G,\ \hat{\boldsymbol{f}}_M$$

を用いて，(1)，(2) 式に基づくシリアル 2 リンク 2 慣性系のシミュレータを構築する。そして，閉ループシミュレーションベースで非線形最小 2 乗法に基づく最適化を行い，実機の時間応答に合うように物理パラメータをファインチューニングする。なお，収束を確実にするために，探索範囲は小さく設定する。後述する実験では，非線形関数であるクーロン動摩擦トルクについては最適化は行わず一定値とした。

〈5･2〉 同定実験と考察

〈5･2･1〉 各 1 リンク 2 入力 2 出力系の非干渉化同定実験　Fig. 1 のアーム（負荷 5 kg）に対し，第 1 軸に開ループで M 系列を入力，第 2 軸はフリー状態として同定実験を行った。入出力データのサンプル時間は 0.25 ms，M 系列のステップは 1 ms，周期 1023，時間は 1.023 秒である。同定する周波数は 100 Hz 程度までとし，入出力データのデシメーション次数は 8，つまり同定のサンプル時間は 2 ms とした。Fig. 3 は，M 系列入力（図示は最初の 0.3 秒分）とパワースペクトル密度（デシメーション後）で，Fig. 4 は同定動作時の非線形干渉力 τ_1 とパワースペクトル密度（デシメーション後）である。後者のパワースペクトル密度は，動力学モデルに基づくフィードバック効果を受けて凹凸が生じているが，実用上問題ないと判断できる。

Fig. 5 に，同定動作時の第 1 軸のモータとリンクの角速度データを示す。リンク角速度を合成するローパスフィルタのカットオフ時定数は 0.08 秒とした。Fig. 6 の上は同定時の第 1 リンクの動作角度，下は第 2 リンクの動作角度の cos をとったものである。後者は，0.999 以上で推移しており，(3) 式の (1, 1) 要素は一定との仮定が満たされている。

Figs. 3–5 のデータを用いて，2 入力 2 出力系と見なした同定を行った。アルゴリズムには，MATLAB® の部分空間法ベースの予測誤差法コマンド pem[13] を次数 3 で使い，

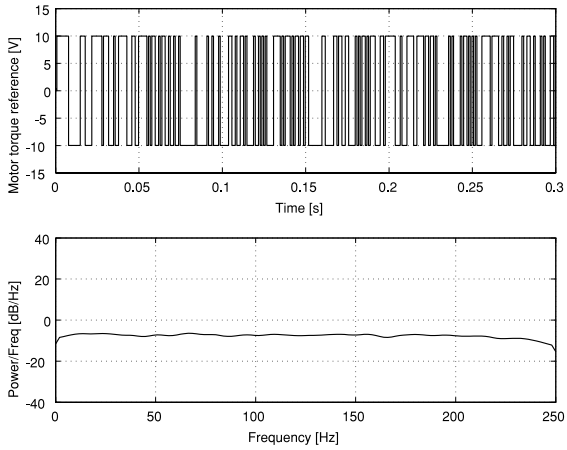


Fig. 3.　M sequence input data for 1st link identification (First 0.3 s of 1.023 s) and its power spectral density

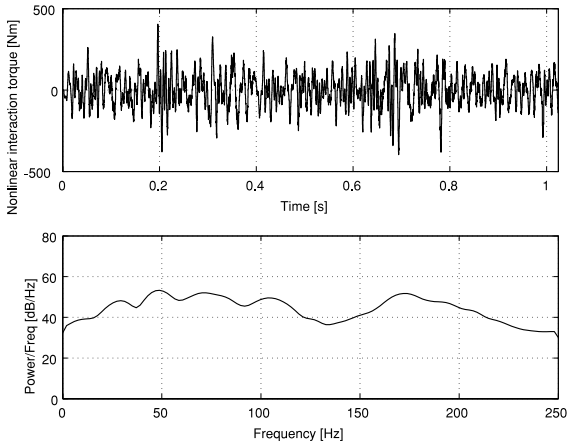


Fig. 4.　Nonlinear interaction torque data for 1st link identification and its power spectral density

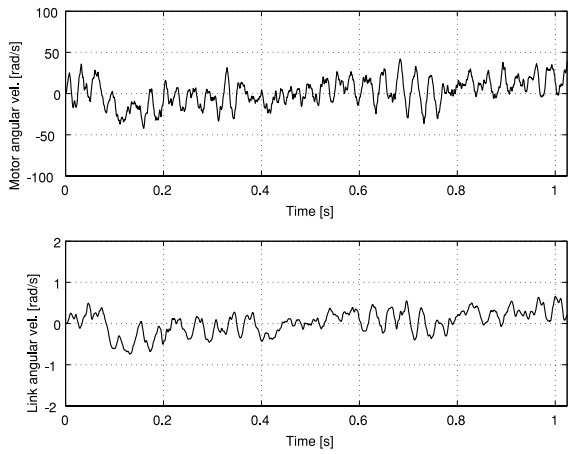


Fig. 5. Motor and link velocity data for 1st link identification

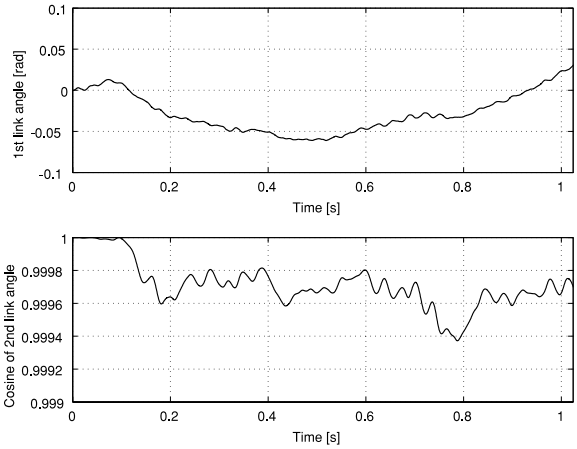
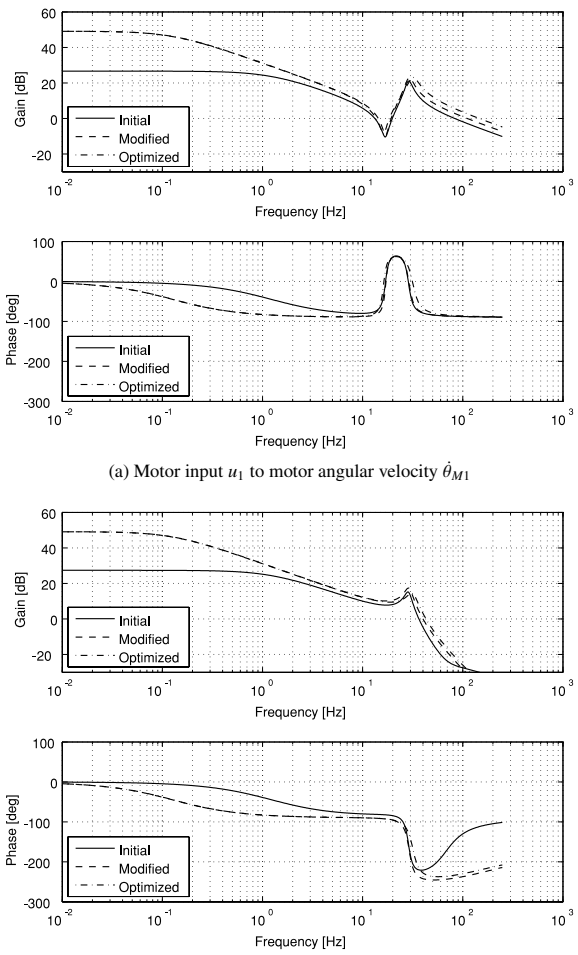


Fig. 6. 1st link angle and cosine of 2nd link angle data during 1st link motion for identification



(a) Motor input u_1 to motor angular velocity $\dot{\theta}_{M1}$

(b) Motor input u_1 to link angular velocity $\dot{\theta}_{L1}(\times 50)$

Fig. 7. Modification and optimization of initial identified frequency responses (1st link)

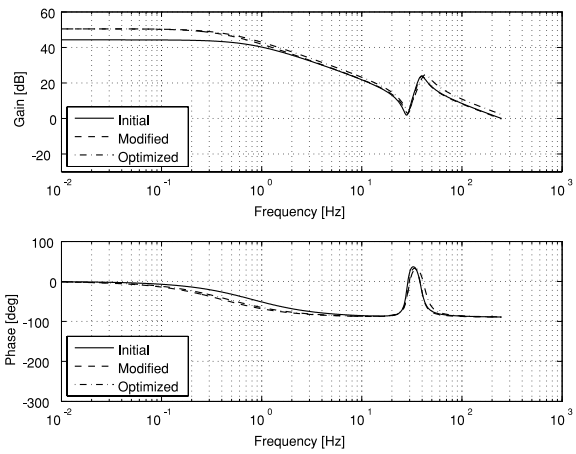
連続時間系として同定した。Fig. 7 の実線に同定結果の周波数応答を示す。$\dot{\theta}_{M1}$ 出力では 2/3 次，$\dot{\theta}_{L1}$ 出力では 1/3 次の伝達関数が狙い通り同定された。ここで剛体モデルパラメータ推定から得た 1 次遅れ要素を (19) 式に基づき合成したところ，破線のような周波数応答となり，低周波領域が補正された。第 2 軸についても全く同様である（Fig. 8）。

〈5·2·2〉 1 入力 4 出力同定や 2 入力 1 出力同定との比較 Fig. 9 は，2 入力 2 出力同定（実線）と 1 入力 4 出力同定（破線）の比較であり，左側が第 1 軸，右側が第 2 軸の結果である。後者では，各軸について，モータ 1 入力に対し，第 1，2 軸のモータ角速度とリンク角速度を 4 出力に設定した（pem は 6 次指定）。Fig. 9 の複雑な周波数応答が示す通り，1 入力では 2 慣性系としての同定は困難であり，2 入力による非干渉化同定が有効であることが確認できた。

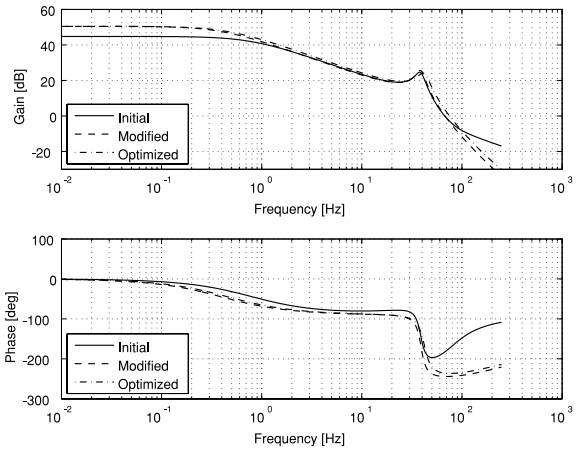
次に，アーム負荷を 5~0 kg（1 kg 刻み）の範囲で変化させることによって，2 入力 2 出力同定の効果を検証する。Fig. 10 の左側は，モータ角速度だけを使った第 1 軸の 2 入力 1 出力同定の結果，右側がリンク角速度も併用した 2 入力 2 出力同定の結果である。後者では，負荷変動に対して忠実に反共振周波数が高い周波数へ移動している。Fig. 11 の第 2 軸についても同様で，多出力にすることによって同定アルゴリズムが安定し，精度が向上することが確認できた。

〈5·2·3〉 物理パラメータ推定とファインチューニング

以上で得られた伝達関数から前述の方法で弾性関節モデルの物理パラメータを推定し，(1)，(2) 式に基づき SIMULINK® でシリアル 2 リンク 2 慣性系のシミュレータを構築した。モータ角速度の PID ベースの制御系 [14] を用いた実機の時間応答をシミュレータと比較する。Fig. 12 の左側は，第 1 軸の速度ループ FF-I-P 制御（制御周期 0.25 ms）によるリンク角速度のステップ応答の比較である（第 2 軸はサーボロック）。振幅は良く合っているが，振動周期が少しずれている。そこで，閉ループシミュレーションベースで非線形最小 2 乗法に基づく最適化（lsqnonlin [15] 使用）を行い，実機応答に合うように物理パラメータをファインチューニングすることを試みた。この際，第 1，2 軸の物理パラメータ全てを同時に探索し，その範囲を各 ±25%に制限している。非線形関数であるクーロン動摩擦トルクについては最適化は行わず一定値とした。Table 1 に，最適化前後の物理パラメータの値をまとめた。Fig. 12 の右側が最適化後の波形であり，より実機の応答に近くなった。物理パ



(a) Motor input u_2 to motor angular velocity $\dot{\theta}_{M2}$



(b) Motor input u_2 to link angular velocity $\dot{\theta}_{L2}(\times 50)$

Fig. 8. Modification and optimization of initial identified frequency responses (2nd link)

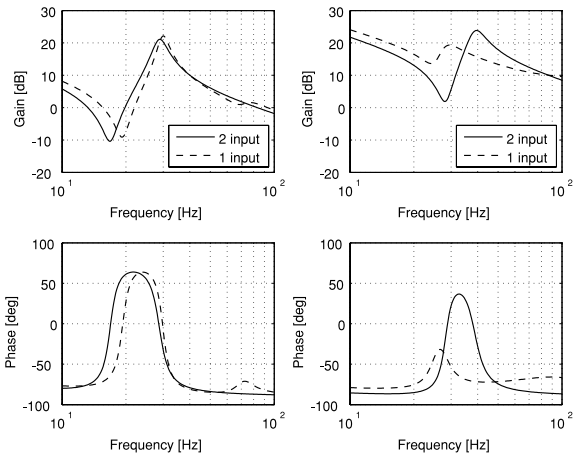


Fig. 9. Effective examples for multi-input identification (Motor input to motor angular velocity). Left: 1st link. Right: 2nd link

ラメータ最適化後の周波数応答を Figs. 7，8 の 1 点鎖線に示した。共振周波数がわずかにずれたことがわかる。物理パラメータ最適化後の速度ステップ応答比較を Fig. 13（第 1 軸），Fig. 14（第 2 軸）に示す。Fig. 13 での第 2 軸，Fig. 14 での第 1 軸はサーボロック状態である。各軸のモータ角速度・リンク角速度・モータ駆動入力について，実機の波形に合ったシミュレーション結果が得られており，物理パラメータ推定が良好に行われていることを示している。

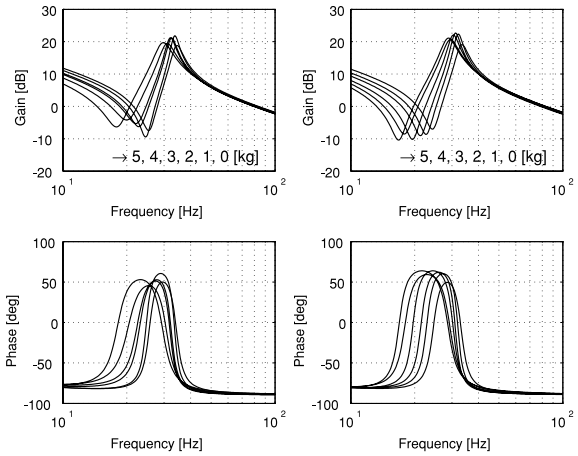


Fig. 10. Effective examples for multi-output identification (1st link) under changing payload. Left: 1 output. Right: 2 outputs

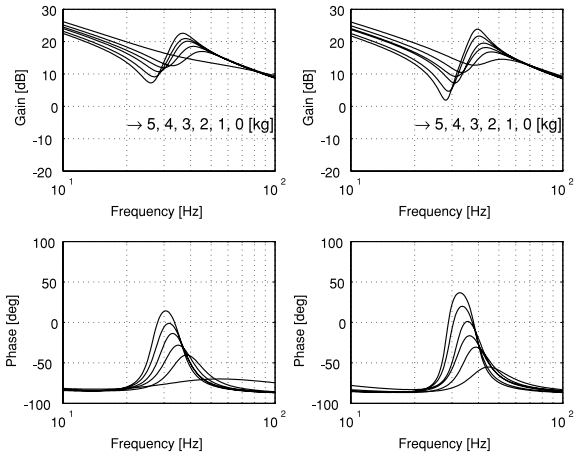


Fig. 11. Effective examples for multi-output identification (2nd link) under changing payload. Left: 1 output. Right: 2 outputs

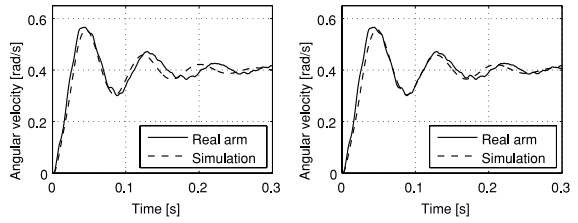


Fig. 12. Optimization-based fine tuning of estimated physical parameters using 1st link angular velocity step responses. Left: Before optimization. Right: After optimization

6. おわりに

多入出力状態空間モデル同定法を応用したシリアル 2 リンク 2 慣性系の非干渉化同定と物理パラメータ推定の方法を提案し，2 リンクアーム実機に適用して得られたモデル

Table 1. Estimated physical parameters before and after nonlinear optimization

	Before opt.	After opt.
α [kgm^2]	2.39	2.27
β [kgm^2]	0.865	0.742
γ [kgm^2]	0.731	0.740
m_{M1} [kgm^2]	9.75×10^{-4}	6.30×10^{-4}
m_{M2} [kgm^2]	4.34×10^{-4}	2.80×10^{-4}
k_{G1} [Nm/rad]	53800	46300
k_{G2} [Nm/rad]	28900	25300
d_{L1} [Nms/rad]	2.84	3.06
d_{L2} [Nms/rad]	2.44	2.62
d_{M1} [Nms/rad]	1.10×10^{-3}	7.35×10^{-4}
d_{M2} [Nms/rad]	9.75×10^{-4}	6.30×10^{-4}
d_{G1} [Nms/rad]	49.0	52.7
d_{G2} [Nms/rad]	20.3	21.9
Fixed parameters		
f_{M1} [Nm]	0.196	
f_{M2} [Nm]	0.140	
System parameters		
e_1 [Nm/V]	0.56	
e_2 [Nm/V]	0.56	
n_{G1}	1/50	
n_{G2}	1/50	

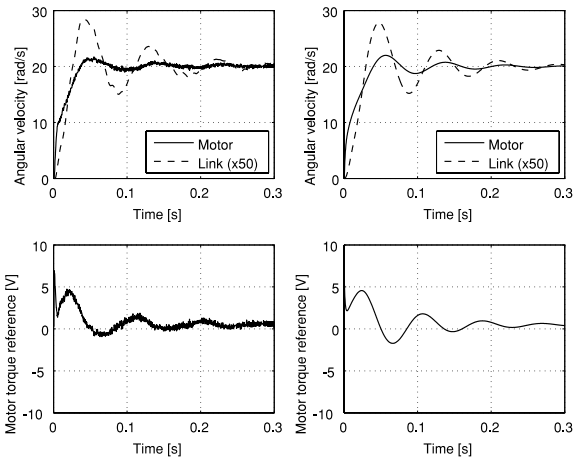


Fig. 13. Examples for model accuracy validation using velocity step responses (1st link). Left: Real arm. Right: Simulation

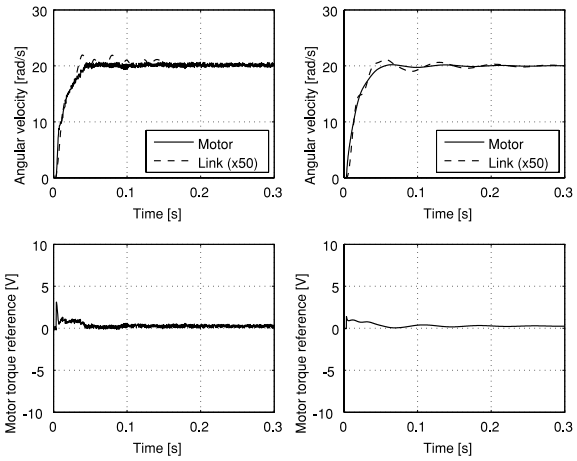


Fig. 14. Examples for model accuracy validation using velocity step responses (2nd link). Left: Real arm. Right: Simulation

の有効性を確認した。実際のスカラロボットの手先の回転軸（第4軸）に長尺の負荷が取り付けられた場合には，シリアル3リンク2慣性系として扱う必要が生じる。本文中で述べた可同定条件を満たすことを確認する必要があるが，本稿で提案した方法を拡張して適用可能であると考えている。今後の応用先として，物理パラメータの変動範囲を考慮したタイトなロバスト制御系や，ゲインスケジューリング制御系の設計への適用を検討していく。

（平成19年10月12日受付，平成20年1月19日再受付）

文　献

（1） Y. Nishida, T. Nishimura, K. Honke, H. Nakagami, Y. Imaizumi, and N. Kimura: “Robust Control Method for Industrial Robot Manipulators with Flexible Joints—Application of State Observer and Two-Degree-of-Freedom Controller—”, *J. RSJ*, Vol.12, No.3, pp.466–471 (1994-4) (in Japanese)
西田吉晴・西村利彦・本家浩一・中上敬之・今泉吉規・木邑信夫：「柔軟関節を持つマニピュレータのロバスト制御—オブザーバと2自由度コントローラの適用—」, 日本ロボット学会誌, Vol.12, No.3, pp.466–471 (1994-4)

（2） Y. Kosaka and A. Shimada: “Robot Manipulator Control Considering Motors and Reduction Gears”, *T. SICE*, Vol.41, No.5, pp.466–472 (2005-5) (in Japanese)
小坂裕紀・島田　明：「モータと減速機を考慮したロボットマニピュレータ制御」, 計測自動制御学会論文集, Vol.41, No.5, pp.466–472 (2005-5)

（3） M.C. Readman: “Flexible Joint Robots”, *CRC Press* (1994)

（4） （株）ハーモニック・ドライブ・システムズ：「減速機カタログ」

（5） I. Awaya, Y. Kato, Y. Ohta, I. Miyake, and M. Ito: “Parameter Identification Method for Two Inertia Resonant Systems by Use of Both Observer and FFT”, *T. JSME, Ser.C*, Vol.60, No.572, pp.1175–1181 (1994-4) (in Japanese)
粟屋伊智郎・加藤義樹・太田裕二・三宅岩夫・伊藤正美：「オブザーバと FFT を併用した2慣性共振系のパラメータ同定法」, 日本機械学会論文集（C編）, Vol.60, No.572, pp.1175–1181 (1994-4)

（6） S. Wakui and T. Mita: “Degrade of Identification Accuracy of Inertial Terms caused by Coupling Vibration and its Modification”, *J. RSJ*, Vol.7, No.3, pp.195–198 (1989-6) (in Japanese)
涌井伸二・美多　勉：「連成振動による慣性項同定精度の劣化とその改善」, 日本ロボット学会誌, Vol.7, No.3, pp.195–198 (1989-6)

（7） 計測自動制御学会編：「ロボット制御の実際」, pp.62–80, コロナ社 (1997)

（8） N. Takesue, J. Furusho, and K. Iwakoshi: “A Consideration on Inertia-Ratio and Vibration Control of Two-Inertia System—Effectiveness of Vibration Suppression of Driving Ripple—”, *IEEJ Trans. IA*, Vol.123, No.2, pp.149–155 (2003-2) (in Japanese)
武据直行・古荘純次・岩越邦男：「二慣性系の慣性比と振動制御に関する一考察—駆動伝達リブルの振動抑制効果—」, 電学論 D, **123**, 2, pp.149–155 (2003-2)

（9） 美多　勉・大須賀公一：「ロボット制御工学入門」, pp.238–239, コロナ社 (1989)

（10） 松日楽信人・大明準治：「わかりやすいロボットシステム入門—メカニズムから制御まで—」, pp.84–85, オーム社 (1999)

（11） 足立修一：「MATLAB による制御のための上級システム同定」, pp.300–304, 東京電機大学出版局 (2004)

（12） J. Oaki and S. Adachi: “Simultaneous Identification Method for Frequency Response and Physical Parameters of a Robot Arm”, *T. SICE*, Vol.26, No.12, pp.1461–1463 (1990-12) (in Japanese)
大明準治・足立修一：「ロボットアームの周波数応答と物理パラメータの同時同定法」, 計測自動制御学会論文集, Vol.26, No.12, pp.1461–1463 (1990-12)

（13） L. Ljung: “System Identification Toolbox For Use with MATLAB (Version 7.0)”, *The MathWorks* (2007)

（14） J. Oaki and S. Adachi: “A Digital Servo Tuning System for Industrial Robots”, *T. RSJ*, Vol.9, No.1, pp.55–64 (1991-2) (in Japanese)
大明準治・足立修一：「産業用ロボットのディジタルサーボチューニングシステム」, 日本ロボット学会誌, Vol.9, No.1, pp.55–64 (1991-2)

（15） The MathWorks: “Optimization Toolbox For Use with MATLAB (Version 3.1.1)”, *The MathWorks* (2007)

付　録

1. (11), (12) 式の行列の要素の詳細

$$\boldsymbol{A}_1 \equiv \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} a_{31} &= -n_{G1}^2 k_{G1}/m_{M1}, & a_{32} &= n_{G1} k_{G1}/m_{M1} \\ a_{33} &= -(d_{M1} + n_{G1}^2 d_{G1})/m_{M1}, & a_{34} &= n_{G1} d_{G1}/m_{M1} \\ a_{41} &= n_{G1} k_{G1}/m_{L1}, & a_{42} &= -k_{G1}/m_{L1} \\ a_{43} &= n_{G1} d_{G1}/m_{L1}, & a_{44} &= -(d_{L1} + d_{G1})/m_{L1} \end{aligned}$$

$$\boldsymbol{B}_1 \equiv \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ e_1/m_{M1} & 0 \\ 0 & 1/m_{L1} \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{C}_1 \equiv \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

大　明　準　治（学生員） 1985 年千葉大学大学院工学研究科電気工学専攻修士課程修了。同年（株）東芝入社，総合研究所エネルギー機器研究所計測制御グループ配属。メカニカルシステムの同定・制御・コントローラ実装の研究開発に従事。アドバンスド・マスク・インスペクション・テクノロジー（日本電気との合弁会社）出向を経て，現在，（株）東芝研究開発センターヒューマンセントリックラボラトリー主任研究員。2006 年 9 月慶應義塾大学大学院理工学研究科基礎理工学専攻応用物理専修後期博士課程入学。計測自動制御学会，日本機械学会，日本ロボット学会などの会員。

足　立　修　一（正員） 1986 年慶應義塾大学大学院工学研究科電気工学専攻博士課程修了。同年（株）東芝入社，総合研究所に勤務。1990 年宇都宮大学工学部電気電子工学科助教授，2002 年同教授。2003 年から 2004 年ケンブリッジ大学客員研究員，2006 年慶應義塾大学理工学部物理情報工学科教授となり，現在に至る。工学博士。システム同定理論・制御理論とそれらの産業応用に関する研究に従事。1993 年 SICE 創立 30 周年記念著述賞 1 等受賞。1998 年日本機械学会賞（論文）受賞。2007 年計測自動制御学会賞（著述賞）受賞。計測自動制御学会，日本機械学会，IEEE などの会員。