

二輪型倒立振り子システムのモデリングと制御系設計

Modeling and control systems design for two-wheeled inverted pendulum system

慶應義塾大学 河原井 瑛子, 足立 修一

E. Kawarai and S. Adachi

Keio University

Abstract It is necessary to carry out control experiments for learning the modern control theory efficiently. In this report, two-wheeled inverted pendulum system is utilized for control experiments. First, a model of the system is built by first principle modeling. Then, a disturbance observer is designed so as to deal with the modeling error. Finally, control experiments show the effectiveness of the designed control system.

1 はじめに

数学的に難解だと言われることが多い現代制御理論を効率的に学習するためには、制御実験が必要不可欠である。制御実験装置と言えば倒立振り子とその代名詞になっているが、本報告では Fig.1 に示した e-nuvo WHEEL (ZMP 社製) と呼ばれる二輪型倒立振り子システムを用いた制御実験について検討する。

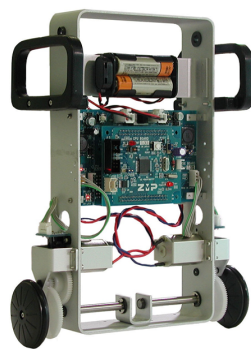


Fig.1 Two-wheeled inverted pendulum

本報告では、まず第一原理モデリングにより倒立振り子システムをモデリングし、状態空間モデルを導出する。つぎに、得られたモデルに基づいて同一次元オブザーバを用いた最適制御システムを設計し、制御実験を行ったが、倒立安定化を実現することができなかった。これは第一原理モデルを構成するときに用いた物理パラメータ値が正確ではなく、モデル化誤差が存在したためだと考えられる。そこで、モデル化誤差の影響を一定値外乱として考慮できる外乱オブザーバを設計し、倒立安定化に成功したことを報告する。

2 システムのモデリング

二輪型倒立振り子システムを Fig.2 のようにモデリングした。これは、モータ電流 u を入力、ジャイロセンサとエンコーダからそれぞれ測定されるボディの角速度 $\dot{\theta}$ 、タイヤの角度 φ を出力とする 1 入力 2 出力システムである。なお、ボディの傾きは鉛直方向から時計回りを正とした。ボディとタイヤ、モータ、重力に関するエネルギー保存則よりシステムの運動方程式を導出し、平衡点近傍での線形化を行うと、線形化された運動方程式が得られる。運動方程式を状態空間表現すると、次式のよう

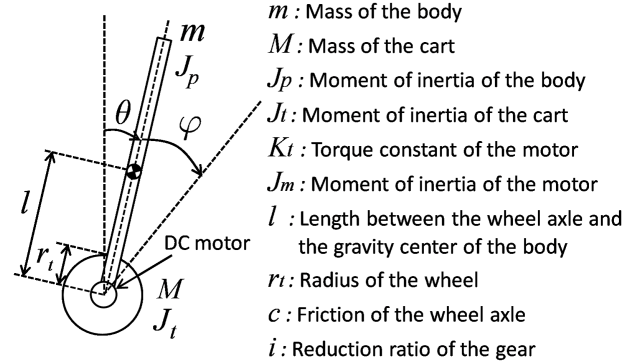


Fig.2 Modeling of the system

になる。

$$\frac{d}{dt} \mathbf{x}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{b}u(t) \quad (1)$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) \quad (2)$$

ただし、

$$\mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} \theta(t) \\ \varphi(t) \\ \dot{\theta}(t) \\ \dot{\varphi}(t) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{y}(t) = \begin{bmatrix} \dot{\theta}(t) \\ \varphi(t) \end{bmatrix}$$

であり、 $\mathbf{A}, \mathbf{b}, \mathbf{C}$ の具体的な数値を以下に示す。

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1.000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1.000 \\ 98.09 & 0 & 0 & 0.06170 \\ -433.4 & 0 & 0 & -0.4774 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -38.69 \\ 299.6 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

3 外乱オブザーバを用いた制御系設計

実システムでは、すべての状態変数 \mathbf{x} が測定可能である場合は少なく、オブザーバを利用する必要がある。本

システムでも、 $\dot{\theta}(t)$ と $\varphi(t)$ から $\theta(t)$ と $\dot{\varphi}(t)$ を推定する必要がある。そこで、同一次元オブザーバを設計し、最適制御則を用いて制御実験を行ったところ、うまく動作しなかった。これは、モデル化誤差が大きかったためだと思われる。そこで、モデル化誤差による入力端への外乱 d を考慮した外乱オブザーバを設計する。ここで、外乱とは外から加わる力だけではなく、摩擦や重力、モデルに含めない弾性力、質量や慣性モーメントの誤差で生じる加速トルク誤差、モータのトルク定数の変動によるトルク誤差などの総和である [1]。次式のように制御対象に対して入力端への一定値外乱 d を考慮したモデルを考える。

$$\frac{d}{dt} \mathbf{x}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{b}u(t) - \mathbf{b}d(t) \quad (3)$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) \quad (4)$$

(3), (4) 式に対して外乱オブザーバを設計すると次式のようになる。

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}(t) \\ \hat{d}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & -\mathbf{b} \\ \mathbf{0}_{1 \times 4} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}(t) \\ \hat{d}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{b} \\ 0 \end{bmatrix} u(t) + \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \end{bmatrix} \{\mathbf{y}(t) - \hat{\mathbf{y}}(t)\} \quad (5)$$

$$\hat{\mathbf{y}}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{C} & \mathbf{0}_{2 \times 4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}(t) \\ \hat{d}(t) \end{bmatrix} \quad (6)$$

ただし、 $\hat{\mathbf{x}}$ \hat{d} はそれぞれ \mathbf{x} d の推定値を表し、 \hat{d} は出力推定誤差の積分により求められる。また、 h_1 は状態推定に関するゲイン、 h_2 は外乱推定に関するゲインである。制御対象への入力が $u - d$ であるのに対し、外乱オブザーバへの入力が $u - \hat{d}$ である。そのため、外乱オブザーバでは $\hat{\mathbf{x}}$ の推定部への入力が正確になり、推定精度が向上する。

4 制御実験

ゲイン h_1 h_2 を決定するために外乱オブザーバの極を適切に選択する必要がある。 h_1 を決める極にはすべて、最適制御則を用いたときの閉ループ極に近い値を選んだ。また、 h_2 については、モデル化誤差に重点を置き、極は -1 に配置した。

推定値をフィードバックした結果、システムの倒立安定化制御を実現することができた。そのときのボディの角度を Fig.4 に示し、オブザーバを設計しないときの結果と比較した。定常状態においてほぼ同じ性能が得られていることがグラフからわかる。

さらに、Fig.4 のそれぞれのグラフの平均二乗誤差をとると、Table 1 のようになった。これより、フィード

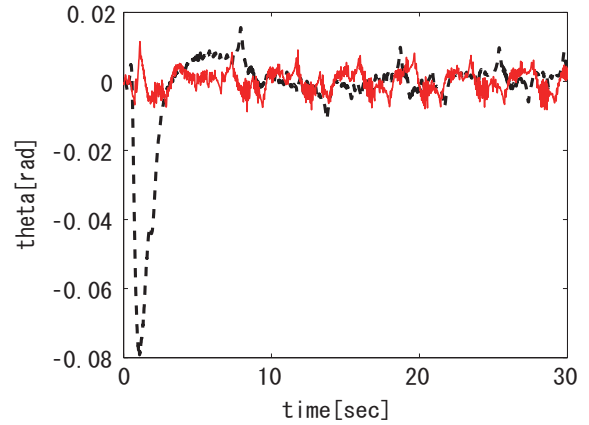


Fig.4 Estimation result of angle of body, estimate (solid line) and measurement (dashed line)

Table 1: RMS of angle of the body

Using measurements	Using estimates
0.01368	0.003192

バックに推定値を用いた方が明らかにボディの振れが小さいことがわかる。以上より、モデル化誤差を入力に加わる外乱として推定し、それを物理モデルに対しても考慮するという外乱オブザーバの性質によって、高精度の状態推定値を実現できたと考えられる。そのため、得られた状態推定値をフィードバックすることによってシステムを倒立安定化し、ボディの角度の振れを小さくすることができた。

5 おわりに

本稿では、まず、二輪型倒立振子システムを第一原理モデリングによりモデリングし、状態空間モデルを導出した。つぎに、システムに対して外乱オブザーバを設計し、それに基づいた制御実験を行った結果、安定化に成功した。さらに、フィードバックに測定値を用いたときと比較して、制御性能を向上させることもできた。

本報告ではモデル化誤差に対して外乱オブザーバで対処したが、今後の課題としては、第一原理モデリングだけではなく、システム同定によるモデルの再構築を行う予定である。

最後に、e-nuvo wheel についていろいろご教示いただいた坂井亮介氏、川本智大氏 ((株) ZMP) に感謝いたします。

参考文献

[1] 島田明：モーションコントロール，オーム社（2004）