

正規化を用いた拡張カルマンフィルタによるロケットの軌道推定

Trajectory Estimation for Launch Vehicles by Normalized Extended Kalman Filter

慶應義塾大学 河原井 瑛子, 足立 修一
株式会社 IHI 瀬川 泰伸, 牧野 隆

Keio University E. Kawarai and S. Adachi
IHI Corporation Y. Segawa and T. Makino

Abstract Most launch vehicles are launched from ground. Such vehicles have restrictions on their trajectories, so their launch performance degrades. Instead, sea-launched or air-launched vehicles, which have no restriction on their trajectories, is required. In these cases, navigation system has to compensate inertial sensor errors and initial alignment error during flight to meet the accuracy requirement of payload injection. This paper derives the six-degree-of-freedom motion equations of a launch vehicle, and builds EKF (Extended Kalman Filter). Furthermore, we propose a normalized EKF to improve estimation accuracy of the system that has greatly different state variables.

Keywords: Launch Vehicle, Navigation, Kalman Filter, GPS

1 はじめに

現状のロケットは地上から打ち上げられるため、飛行経路の制約による打ち上げ能力の損失が大きい。そこで、より打ち上げ制約の小さい空中発射、海上発射といった方法が検討されている。しかし、これらを実現するためには、発射時の揺動によって発生する初期姿勢の誤差を飛行中に補正する技術が必要となる。また、ロケットに使用される従来のIMU(Inertial Measurement Unit)は高価で大型であるため、より安価で小型の慣性センサを使用した航法装置が必要である。

本研究は、従来のIMUのみを用いた航法系では補正できない航法系誤差、センサ固有誤差を、安価で小型の慣性センサとGPSを使用し、ロケットの軌道投入の最終フェーズにおいて精度良く推定、補正することによって位置、速度、姿勢の推定精度を向上させる航法系を構成することを目的とする。

本論文では、安価なセンサを用いた航法装置のアルゴリズムの研究^[1]の第一段階として、まず、慣性飛行中におけるロケットの6自由度運動方程式を導出する。つぎに、ロケットシステムに非線形フィルタの一つである拡張カルマンフィルタを設計する。さらに、オーダが大きく異なる状態量をもつシステムの推定精度を向上させるために、他の状態量と比較してオーダが非常に大きい状態量を正規化してすべての状態量のオーダを揃え、正規化した状態量を用いて拡張カルマンフィルタを設計する方法を提案する。最後に、設計した拡張カルマンフィルタの有効性について数値シミュレーションによって確

認した結果について報告する。

2 座標系の定義

本論文中で用いる座標系の定義を以下に示す^[2]。

2.1 慣性座標系

ロケット機体の運動を記述する慣性空間は、Fig.1に示す慣性座標系とする。本座標系はロケット機体の姿勢角の基準となる座標系で、以下ECI系とする。

- 原点：地球中心
- X_{ECI} 軸：演算開始時点でのグリニッジ子午線と赤道面の交点方向
- Y_{ECI} 軸： $Z_{ECI} \times X_{ECI}$ (赤道面内, 右手系)
- Z_{ECI} 軸：北極方向

2.2 機体座標系

機体運動を記述する機体固定座標系は、Fig.2に示す座標系で、以下B系とする。

- 原点：機体の基準点 (任意)
- X_B 軸：ECI系を X 軸周りに ϕ , Y 軸周りに θ , Z 軸周りに ψ の順に回転したときの X 軸
- Y_B 軸：ECI系を X 軸周りに ϕ , Y 軸周りに θ , Z 軸周りに ψ の順に回転したときの Y 軸
- Z_B 軸：ECI系を X 軸周りに ϕ , Y 軸周りに θ , Z 軸周りに ψ の順に回転したときの Z 軸

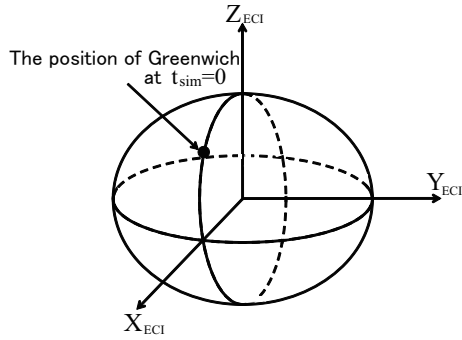


Fig.1 Earth-Centered Inertial Coordinate System

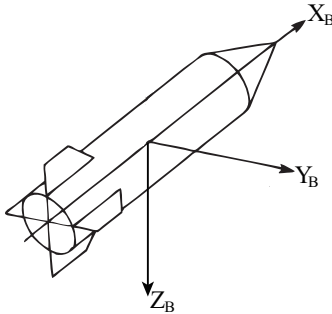


Fig.2 Body Coordinate System

3 ロケットの数学モデル

慣性飛行中におけるロケットの6自由度運動方程式を以下に示す.

3.1 並進運動

慣性航法では, 慣性空間における機体の加速度ベクトルを検出し, これを積分することにより速度, 位置ベクトルを得るので, 並進運動方程式は

$$\frac{d}{dt} v_I = a_I + g_I \quad (1)$$

$$\frac{d}{dt} r_I = v_I \quad (2)$$

となる. ただし, r_I, v_I, a_I, g_I はそれぞれ ECI 系での機体位置, 機体速度, 非重力加速度, 重力加速度である. ここで, 機体上の任意の位置における ECI 系での非重力加速度 a_I は, 次式に示す B 系における非重力加速度 a_B を B 系から ECI 系へ変換して得る.

$$a_B = \dot{\omega}_B \times \Delta l_B + \omega_B \times (\omega_B \times \Delta l_B)$$

ただし, $\omega_B, \dot{\omega}_B$ はそれぞれ機体の回転角速度, 回転角加速度, Δl_B は B 系における機体重心から機体上の任意点へのベクトルである. よって, B 系から ECI 系への座標変換行列 D_B^I を用いて

$$a_I = D_B^I a_B$$

となる.

3.2 回転運動

慣性飛行中のロケット機体の回転運動方程式は, ニュートン・オイラー方程式を変形し, 外力項を無視することによって次式で表せる.

$$\frac{d}{dt} \omega_B = I^{-1} \{-\omega_B (I \omega_B)\} \quad (3)$$

ただし, I は慣性テンソルである.

また, B 系から ECI 系への変換を表すクォータニオンを $q_B^I = [q_{B0}^I \ q_{B1}^I \ q_{B2}^I \ q_{B3}^I]^T$ とすると, クォータニオンの時間変化率は

$$\frac{d}{dt} q_B^I = \frac{1}{2} \bar{q} \omega_B \quad (4)$$

$$\bar{q} = \begin{bmatrix} -q_{B1}^I & -q_{B2}^I & -q_{B3}^I \\ q_{B0}^I & -q_{B3}^I & q_{B2}^I \\ q_{B3}^I & q_{B0}^I & -q_{B1}^I \\ -q_{B2}^I & q_{B1}^I & q_{B0}^I \end{bmatrix}$$

となる. この q_B^I を用いて D_B^I が算出される.

4 拡張カルマンフィルタの設計

(1)-(4) 式より, $x = [r_I \ \omega_B \ v_I \ q_B^I]^T$ を状態変数とし, 状態遷移行列を用いて離散化すると, ロケットシステムは, 非線形状態方程式

$$x_{t+1} = f(r_{I_t}, \omega_{B_t}, v_{I_t}, q_{B_t}^I) + w_t \quad (5)$$

$$y_t = H x_t + v_t \quad (6)$$

で記述される. ただし, H は観測行列で, ここでは慣性センサから検出される ω_B, v_I が出力となるように設定する. w_t, v_t はそれぞれ以下に示すプロセスノイズ, 観測ノイズである.

$$w_t = [0 \ w_\omega \ w_v \ 0]^T$$

$$v_t = [v_\omega \ v_v]^T$$

w_ω, w_v はそれぞれ ω_B, v_I に関するプロセスノイズ, v_ω, v_v はそれぞれ ω_B, v_I に関する観測ノイズである. ここで, v_v に関しては, 加速度センサに直接ノイズが入るので, B 系での非重力加速度 a_B にプロセス雑音 w_a が印加されるとする. a_B に関するプロセス雑音を w_a とすると, w_v は, B 系から ECI 系への座標変換行列 D_B^I を用いて $D_B^I w_a$ を積分したものととなる. これを考慮し, プロセスノイズ, 観測ノイズの共分散行列 Q_t, R をそれぞれ次式のように設定する.

$$Q_t = \text{diag} [0, V_{w\omega} E \ \hat{D}_B^I (10^{-2} \times V_{w_a} E), 0]$$

$$R = \text{diag} [V_{v\omega} E, V_{vv} E]$$

ただし, $V_{w\omega}, V_{wa}$ はそれぞれ ω_B, a_I に関するプロセスノイズの共分散, $V_{v\omega}, V_{vv}$ はそれぞれ ω_B, v_I に関する観測ノイズの共分散, E は単位行列である. \hat{D}_B^I は, クォータニオンの推定値 \hat{q}_B^I から算出される B 系から ECI 系への座標変換行列の推定値である. そして, (5), (6) 式を用いてロケットシステムに拡張カルマンフィルタ^[3]を設計する.

5 正規化を用いた拡張カルマンフィルタの設計

本研究で対象としているロケットの状態量はオーダがそれぞれ $r_I: 10^6$ m, $\omega_B: 0$ rad/s, $v_I: 10^3$ m/s, $q_B^I: 10^{-1}$ であり, 状態量の要素を比較すると大きさがかなり異なる値を扱っている. そのため, カルマンフィルタで観測更新を行う際に, 値の大きい r_I や v_I から他の状態量への伝搬要素を小さくするために, ノイズの共分散行列を設定値よりも大きく設定しなければ推定精度が向上しない.

そこで, オーダの大きい r_I と v_I に関してそれぞれ平均赤道半径 R_E [m] と第 1 宇宙速度 $v_1 = \sqrt{GM/r}$ [m/s] (ただし, G [m³s⁻²kg⁻¹] は万有引力定数, M [kg] は地球質量, r [m] は地心からの初期位置ベクトルの大きさ) で正規化処理を行う. 正規化因子として, 次式のような対角行列を選ぶと,

$$N_x = \text{diag}[R_E, R_E, R_E, 1, 1, 1, v_1, v_1, v_1, 1, 1, 1, 1]$$

推定値 $\hat{x}_{t/t}$ は正規化処理後の推定値 $\hat{x}'_{t/t}$ より,

$$\hat{x}_{t/t} = N_x \hat{x}'_{t/t}$$

となる. よって, 次式が得られる.

$$\hat{x}'_{t+1/t} = N_x^{-1} f(N_x \hat{x}'_{t/t}) \quad (7)$$

正規化処理後の時刻 $t+m$ における推定誤差共分散行列は

$$P'_{t+m/t} = E \left[(x'_{t+m} - \hat{x}'_{t+m/t})(x'_{t+m} - \hat{x}'_{t+m/t})^T \right]$$

であるので,

$$P_{t+m/t} = N_x P'_{t+m/t} N_x$$

となる. これより, 正規化処理後の予測誤差共分散行列は次式によって得られる.

$$P'_{t+1/t} = N_x^{-1} \hat{F}_t N_x P'_{t/t} N_x \hat{F}_t^T N_x^{-1} + N_x^{-1} G_t Q_t G_t^T N_x^{-1} \quad (8)$$

ただし, $\hat{F}_t = (\partial f_t / \partial x_t)_{x=\hat{x}_{t/t}}$ である. また, カルマンゲインは,

$$K_t = N_x P'_{t/t-1} N_x H_t^T \left[H_t N_x P'_{t/t-1} N_x H_t^T + R_t \right]^{-1} \quad (9)$$

となり, $x'_{t/t}$ の推定誤差共分散行列は次式となる.

$$P'_{t/t} = P'_{t/t-1} - N_x^{-1} K_t H_t N_x P'_{t/t-1} \quad (10)$$

最後に, 正規化処理後の状態推定値は,

$$\hat{x}'_{t/t} = \hat{x}'_{t/t-1} + N_x^{-1} K_t \left[y_t - H_t N_x \hat{x}'_{t/t-1} \right] \quad (11)$$

と表すことができる.

(7)-(11) 式が, 正規化処理後の拡張カルマンフィルタの計算となる. (5), (6) 式を用いてロケットシステムに正規化処理を行った拡張カルマンフィルタを設計する.

6 数値シミュレーション

設計したフィルタの有効性を確認するため, 数値シミュレーションを行った. 数値シミュレーションは, まず, (1)-(4) 式の連続系の微分方程式を, シミュレーションするための数値積分法として 4 次のルンゲクッタ法を用いて離散化し, 慣性飛行中の運動シミュレータを作成した. シミュレーションから得られたデータをリファレンスデータとした. つぎに, リファレンスデータに従来のロケット用慣性センサ誤差の 100 ~ 1000 倍の雑音をプロセス雑音, 観測雑音として印加した. 最後に, 作成したシミュレーション用データを用いて拡張カルマンフィルタ, および正規化処理を行った拡張カルマンフィルタの計算を実行し, 推定値とリファレンスデータの誤差を比較してその有効性を確認した. シミュレーション条件を Table 1 にまとめた.

シミュレーション結果の 1 例として, 機体位置の推定誤差を Fig.3 に, 機体速度の推定誤差を Fig.4 に示す. Fig.3 より, 従来の拡張カルマンフィルタによる推定誤差と比較して, 正規化処理を行った拡張カルマンフィルタによる推定誤差がかなり小さくなっていることがわかる. 10^6 のオーダの位置において, 拡張カルマンフィルタによる推定誤差が 10^0 のオーダであるのに対し, 正規化処理を行ったときの推定誤差は 10^{-2} まで抑えられていることが確認できた. また, Fig.4 より, 速度についても同様の結果が得られ, 10^3 のオーダの速度において, 拡張カルマンフィルタによる推定誤差が 10^{-3} のオーダであるのに対し, 正規化処理を行ったときの推定誤差は 10^{-4} まで抑えられていることが確認できた. 機体位置,

Table 1 Simulation Condition

Start time of simulation	Lift-off time +738 s
End time of simulation	2737 s
Process and observation noises	Gaussian white noise $V_{w\omega}$: Mean 0 ,Covariance 1.0×10^{-7} rad/s V_{wa} : Mean 0 ,Covariance 1.0×10^{-3} m/s ² $V_{v\omega}$: Mean 0 ,Covariance 1.0×10^{-4} rad/s V_{vv} : Mean 0 ,Covariance 1.0×10^{-2} m/s
Inclination angle of orbital injection	97 deg
Altitude of orbital injection	500 km
Sampling time	1 s
Gravitational model	Using Legendre polynomial to fourth-order term
Initial condition of filter	$\hat{x}_{0/-1} = x_0$, $P_{0/-1} = E$

(E : Identity Matrix)

Table 2 MSE of the estimation results

	EKF	Normalized EKF
r [m]	32.6	1.47
v [m/s]	9.74×10^{-6}	1.14×10^{-6}

速度のベクトルの大きさに関して平均二乗誤差を算出し、Table 2 に示す。

以上の結果より、提案した正規化処理を行う拡張カルマンフィルタを用いることで、オーダの違いが大きい状態量に関する推定精度が向上することが確認できた。

7 おわりに

本論文では、ロケットの運動方程式を導出し、従来の慣性センサのレベルの 100 ~ 1000 倍の雑音をプロセス雑音、観測雑音として設定して拡張カルマンフィルタを設計した。さらに、状態変数のオーダの差が大きいことを考慮してカルマンフィルタの推定値に正規化処理を加える方法を提案し、数値シミュレーションによりその有効性を確認した。

今後の課題としては、より非線形性の強いシステムに有効とされるアンセンテッドカルマンフィルタ (UKF) の設計、実際の慣性センサを用いた地上試験の実施などがあげられる。

参考文献

- [1] 瀬川, 牧野, 河原井, 足立: ロケット用低コスト航法装置の航法アルゴリズムの一設計法, 第 52 回自動制御連合講演会, 大阪 (2009)
- [2] 茂原 正道: 宇宙工学入門 衛星とロケットの誘導・制御, 培風館 (1994)
- [3] 片山 徹: 応用カルマンフィルタ, 朝倉書店 (2000)

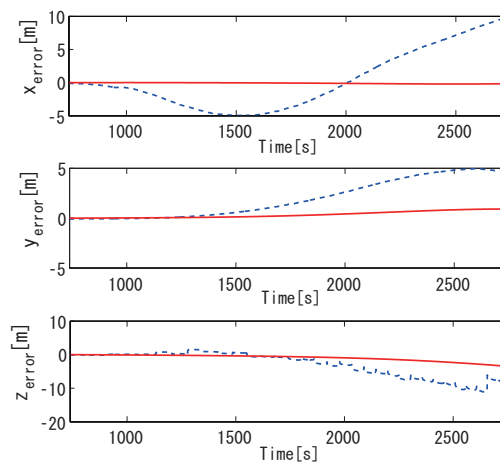


Fig.3 Simulation Result of Position Error

(solid line: estimated error by Extended Kalman Filter using normalization process, dashed line: estimated error by Extended Kalman Filter)

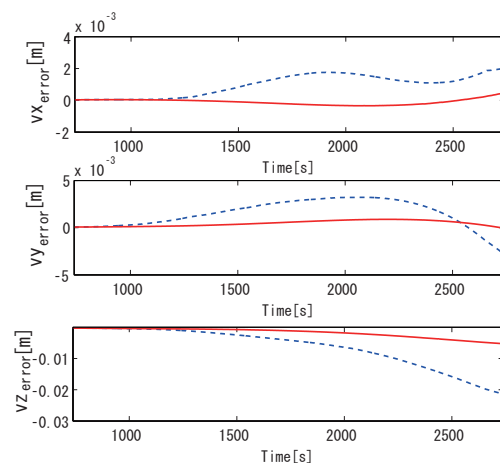


Fig.4 Simulation Result of Velocity Error

(solid line: estimated error by Extended Kalman Filter using normalization process, dashed line: estimated error by Extended Kalman Filter)