制御工学の基礎（3刷，2020/2/20）正誤表

2020/6/1(月)
足立修一

$$e(s) = -\frac{P(s)}{1+L(s)}d(s) = -\frac{2}{(s+3)(s^2+1)}$$

となる。この式は虚軸上に極をもつので，最終値の定理を適用できない†。そこで，この式を部分分数展開すると，

$$e(s) = -\frac{0.2}{s+3} - \frac{0.6}{s^2+1} + \frac{0.2s}{s^2+1}$$

となるので，これを逆ラプラス変換すると，

脚注

† 最終値の定理は，左半平面にすべての極をもつ場合にしか適用できない。虚軸上，あるいは右半平面に極が存在すると，対応する信号（時間関数）が，振動，あるいは発散してしまい，最終値が存在しないからである。

例題 12.3

図 12.7 において，

$$P(s) = \frac{2}{s+1}$$

とし，正弦波外乱 $d(t) = \sin t$ が加わるものとする．このとき，次の問いに答えなさい．

(1) $C_1(s) = 1$ のときの定常偏差を調べなさい．

(2) $C_2(s) = \dfrac{s(s+1)}{s^2+1}$ のときの定常偏差を求め，その結果について考察しなさい．

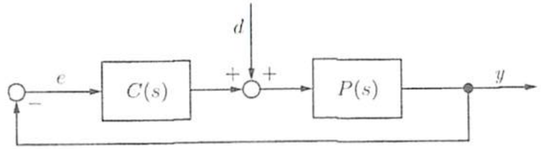


図 12.7

解答

(1) 偏差のラプラス変換は

$$e(s) = -\frac{P(s)}{1+L(s)}d(s) = -\frac{2}{(s+3)(s^2+1)} = -\frac{0.2}{s+3} - \frac{0.6}{s^2+1} + \frac{0.2s}{s^2+1}$$

と書けるので，

$$e(t) = \mathcal{L}^{-1}[e(s)] = -0.2e^{-3t} - 0.6\sin t + 0.2\cos t, \quad t \geq 0$$

となる．$t \to \infty$ のときの定常応答は，

$$\lim_{t\to\infty} e(t) = -0.6\sin t + 0.2\cos t = \sqrt{0.4}\sin\left(t - \arctan\left(\frac{1}{3}\right)\right)$$
$$= 0.6325\sin(t - 0.3218)$$

となる．このように，定常偏差は周波数 1 の正弦波になり，0 にはならない．外乱が正弦波である場合には，外乱から偏差までの伝達関数において，その正弦波の周波数におけるゲイン特性が 0 にならない限り，周波数応答の原理から，偏差は必ず外乱正弦波と同じ周波数成分を持つ．

(2) このときは，

トル

$$e(s) = -\frac{2\cancel{s(s+1)}}{s^3+3s^2+3s+1} = -\frac{2\cancel{s}}{(s+1)^{\cancel{2}}} \rightarrow 3 \quad \rightarrow -\frac{2}{(s+1)^3}$$

となる．ここで，分母多項式 $(s+1)^2$ は安定多項式である．さらに，最終値の定理を適用することにより，

トル

$$\lim_{s\to 0}|se(s)| = \lim_{s\to 0}\left|-\frac{2s^{\cancel{2}}}{(s+1)^{\cancel{2}}}\right| = 0 \quad \rightarrow \lim_{s\to 0}\left|-\frac{2s}{(s+1)^3}\right| = 0$$

3

となり，定常偏差は 0 となる．

この場合には，補償器 $C_2(s)$ に正弦波外乱のラプラス変換の分母多項式である s^2+1 が含まれていたので，正弦波外乱の影響を完全に除去できた． ■

ラプラス変換が $1/s$ であるステップ目標値に対して定常偏差を 0 にするためには，一巡伝達関数，すなわち制御対象か補償器に積分要素 $(1/s)$ を一つ持つ必要があったことを思い出すと，次の結果を得る．

✤ Point 12.3 ✤ 内部モデル原理

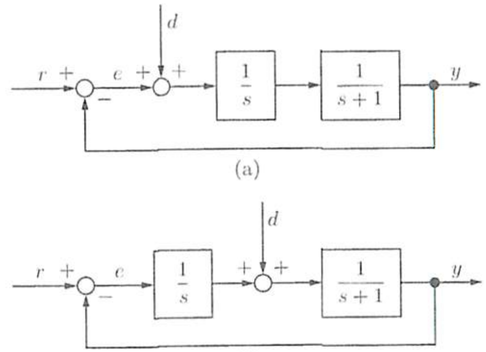
一巡伝達関数 $L(s) = P(s)C(s)$ に外乱信号のモデル（信号のラプラス変換の分母多項式）を含ませることによって，定常偏差を 0 にすることができる．これを内部モデル原理（internal model principle）という．

本章のポイント

- ▼ 目標値と外乱に対する定常偏差の計算法を習得すること．
- ▼ 制御系の型と定常偏差の関係について理解すること．
- ▼ 内部モデル原理の意味を理解すること．

Control Quiz

12.1 図 12.8 (a), (b) に示すフィードバック制御系を考える．目標値 r として単位ステップ信号，外乱 d として大きさが 0.2 のステップ信号を入力した場合の定常偏差（ε_r と ε_d とする）を，それぞれのシステムに対して求めなさい．



(a) (b)

図 12.8

12.2 図 12.9 に示すフィードバック制御系について，次の問いに答えなさい．

(1) 偏差 e を目標値 r と外乱 d の関数として表しなさい．

(2) 目標値を 0 と仮定し，正弦波外乱 $d(t) = \sin t$ の影響のみについて考える．このとき，

(a) $K = 99$ のとき，定常状態において出力 $y(t)$ を表す式を導きなさい．

(b) $K = 0$ のとき，すなわちフィードバックが存在しないときと，$K = 99$ のときの正弦波外乱抑制性を比較しなさい．

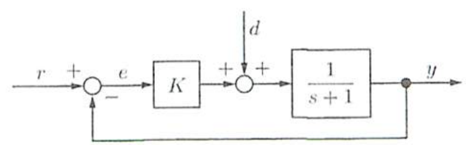


図 12.9